

Steckbriefaufgaben

Aufgabe 1

Gesucht ist eine Funktion f 3. Grades. Diese Funktion ist punktsymmetrisch und verläuft durch den Ursprung. Im Punkt $P(2/5)$ hat sie die Steigung 4.

Aufgabe 2

Gesucht ist eine Funktion f 4. Grades. Diese Funktion ist achsensymmetrisch. Sie hat eine Nullstelle bei $x=3$ und hat ein Extremum bei $E(2/3)$.

Lösung Aufgabe 1

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Punktsymmetrie $\Rightarrow b=0$

$$\text{Ursprung} \Rightarrow f(0) = a * 0 + c * 0 + d = d = 0$$

$$P(2/5) \Rightarrow f(2) = a * 2^3 + c * 2 = 5$$

$$\text{Steigung in P ist 4} \Rightarrow f'(2) = 3a * 2 + c = 12a + c = 4$$

$$\Rightarrow I: 8a + 2c = 5$$

$$II: 12a + c = 4$$

$$I - 2 * II = III: -16a = -3 \Rightarrow a = \frac{3}{16}$$

$$a \text{ in I einsetzen: } \frac{8*3}{16} + 2c = \frac{3}{2} + 2c = 5 \Rightarrow c = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{16}x^3 + \frac{7}{4}x$$

Lösung Aufgabe 2

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

Achsensymmetrie $\Rightarrow b, d=0$

$$\text{Nullstelle bei } x=3 \Rightarrow f(3) = 81a + 9c + e = 0$$

$$E(4/3) \Rightarrow f(4) = a * 4^4 + c * 4^2 + e = 256a + 16c + e = 3$$

$$E \text{ ist Extremum} \Rightarrow f'(4) = 4a * 4^3 + 2c * 4 + e = 256a + 8c + e = 0$$

$$\Rightarrow I: 81a + 4c + e = 0$$

$$II: 256a + 16c + e = 3$$

$$III: 256a + 8c + e = 0$$

$$II - III = IV: 8c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{8}$$

$$II - I = V: 170a + 12c = 3$$

$$c \text{ in V einsetzen: } 170a + \frac{12*3}{8} = 3 \Rightarrow a = \frac{-18}{170}$$

$$a \text{ und } c \text{ in I einsetzen: } \frac{-18}{170} * 81 + \frac{4*3}{8} + e = 0 \Rightarrow e = \frac{1203}{170}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-18}{170}x^4 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{1203}{170}$$